

Une réflexion à partir de la Nature de Spinoza : "La substance ou la Nature comme Treillis".

Par Mohammed Bachir en hommage à Baruch de Spinoza.

11/03/2018

Table des matières

1	Existence et unicité de la substance	5
1.1	Introduction	5
1.2	Une modélisation mathématique.	9
1.2.1	Quelques notations et définitions.	9
1.2.2	Traduction mathématique des deux premiers axiomes.	10
1.2.3	Deux premières propositions fondamentales.	11
1.3	Le théorème de Knaster-Tarski.	13
1.4	Existence et unicité de la substance de Spinoza.	14
1.5	La substance est-elle un atome?	16
1.6	Conclusion.	17
2	Les erreurs de Spinoza	19
2.1	Introduction.	19
2.2	Le point de départ.	20
2.2.1	À la nature de la substance, il appartient d'exister.	20
2.3	Les erreurs de Spinoza.	21
2.3.1	Première preuve de l'erreur dans la démonstration 1.	21
2.3.2	Deuxième preuve de l'erreur dans la démonstration 1.	22
2.3.3	Deux erreurs dans la deuxième démonstration de Spinoza.	23
2.3.4	L'erreur dans la troisième démonstration de Spinoza.	23

Chapitre 1

Existence et unicité de la substance

*"Ni rire, ni pleurer, ni haïr mais comprendre."
Spinoza, Traité politique.*

Abstract : We propose a simple mathematical model based on two axioms and the set theory to approach the problem developed by the philosopher B. Spinoza in *the Ethics*. We then use the Knaster-Tarski Theorem to prove the existence and uniqueness of the Substance asserted by Spinoza.

Résumé : On propose un modèle mathématique simple basé sur deux axiomes et la théorie des ensembles pour approcher la problématique développée par le philosophe B. Spinoza, dans *l'Ethique*. On utilise ensuite le Théorème de Knaster-Tarski pour démontrer l'existence et l'unicité de la Substance affirmées par Spinoza.

Je tiens à remercier le Professeur Daniel Parrochia pour avoir lu et commenté une première version de cette note. Ces remarques et suggestions m'ont été d'une aide précieuse.

1.1 Introduction

Vers 1661, dans l'œuvre de *l'Ethique* (Voir [2]), Baruch de Spinoza commence par définir la notion de "*cause de soi*" et celle de "*substance*". Par "*cause de soi*" il entend, ce dont l'essence enveloppe l'existence, ou encore ce dont la Nature ne peut être conçue qu'existante. Par substance, ce qui est en soi et est conçu par soi, autrement dit, ce dont le concept n'a pas besoin du concept d'une autre chose pour être formé. Il affirme ensuite qu'il appartient à la nature de la substance d'exister (Voir les définitions I et II ainsi que la Proposition VII dans *l'Ethique* [2]). Le philosophe met en place sept axiomes sur lesquels il va s'appuyer tout le long de la première partie de l'œuvre pour démontrer (selon ce qu'il appelle lui même la méthode géométrique) l'existence et l'unicité d'une substance dans la Nature (Voir Proposition XI de *l'Ethique*). Autrement dit, de l'existence

d'une unique chose dans la Nature qui est cause de soi. Cependant, Spinoza est amené à aborder la notion de substance via ses attributs. Le seul moyen pour lui de percevoir la substance par l'entendement. Quoique le raisonnement qu'on trouve dans *l'Ethique* soit souvent rigoureux et l'intuition profonde, certaines preuves présentent néanmoins quelques lacunes à certains endroits comme le démontre George Boole dans son œuvre "les lois de la pensée" (voir [1], voir aussi "*La raison systématique*" de Daniel Parrochia [6]. Je prouverai dans la deuxième partie, que les démonstrations de la Proposition XI de *l'Ethique* données par Spinoza sont en réalité fausses). Ces difficultés s'expliquent à mon sens pour les raisons suivantes :

1. La première difficulté est due au fait qu'on ne peut raisonner sur la substance que par l'intermédiaire de ses attributs, ce qui peut induire des erreurs et des confusions.

2. la seconde difficulté est due à l'absence d'une théorie mathématique des ensembles au XVIIe siècle. Même si on trouve déjà dans l'argumentation de Spinoza une distinction entre deux types d'infini : "*l'infini en son genre*" et "*l'absolument infini*", la théorie des ensembles n'était pas encore constituée. Notons au passage que c'est à Georg Cantor que l'on doit, deux siècles plus tard vers 1874, les premières bases de la théorie des ensembles. Voici un passage de *l'Ethique* (Voir page 324 dans [2]) où Spinoza critique ses adversaires. On y voit clairement que la théorie des ensembles et la notion d'ordinal n'étaient pas encore au point mais que certains problèmes qu'on retrouvera plus tard constituaient déjà implicitement le fond des débats :

"Si la substance corporelle, disent-ils, est infinie, qu'on la conçoive divisée en deux parties : chaque partie sera ou finie ou infinie. Si chaque partie est finie, l'infini se compose donc de deux parties finies, ce qui est absurde. Si chaque partie est infinie, il y a donc un infini deux fois plus grand qu'un autre infini, ce qui est également absurde. En outre, si une quantité infinie est mesurée en parties valant chacune un pied, elle devra consister en une infinité de telles parties ; et de même, si elle est mesurée en parties valant chacune un pouce ; par suite, un nombre infini sera douze fois plus grand qu'un autre nombre infini..."

La présente note trouve sa source d'inspiration dans l'œuvre de *l'Ethique*. Ayant constaté que le raisonnement de Spinoza s'appuie en partie sur des concepts ensemblistes, je propose dans ce qui suit un modèle mathématique simple issu de la théorie des ensembles et basé sur deux axiomes concernant la loi de la causalité (en dehors des axiomes classiques de la théorie des ensembles) qui tente de développer une approche formelle de la problématique de Spinoza (Voir la Section 1.2 et la Section 1.4). Cependant, contrairement à Spinoza, j'appelle "*Nature*" N_t à un instant t , uniquement l'univers de toutes les choses A qui existent ou ayant existé avant l'instant t et qui ne coïncident pas avec leur propre cause (un principe fondamental de la physique). Je définis ensuite formellement E_t comme étant l'ensemble de toutes les choses existantes ou ont existé avant l'instant t , englobant ainsi éventuellement les choses qui coïncideraient avec leurs propres causes si toutefois ces choses là avaient été amenées à exister. Par ailleurs, une fois que les objets traités seront bien définis, la modélisation et les axiomes seront bien posés, les preuves seront purement mathématiques.

Évidemment, il est constant que N_t est une partie de E_t , pour tout instant t . La première question qui se pose alors est la suivante : Est-il vrai que $E_t = N_t$ ou bien N_t est strictement inclus dans E_t ? Je démontrerai en m'appuyant sur ces deux axiomes, qu'il existe nécessairement une unique chose non vide S dans E_t qui existe en soi. Autrement dit, il existe une unique chose qui est cause de soi, c'est-à-dire dont l'existence et la cause ne font qu'un. Il appartient donc à la nature de cette chose d'exister : C'est la Substance de Spinoza. Je prouverai par la même occasion que S est indépendante du temps et que pour tout instant t on a en fait $E_t = N_t \cup S$. Notons, que dans les Propositions XII et XIII de *l'Ethique*, Spinoza affirme que la substance est indivisible. Il sera aussi prouvé dans cette note que S est effectivement indivisible, c'est-à-dire qu'elle ne se transforme pas en deux (ou plusieurs) parties indépendantes (Voir Proposition 5 en Section 1.4).

Il est à noter que la Substance S établie dans cette note, apparaît comme extérieur à la Nature N_t à chaque instant t , alors que chez Spinoza la notion de Nature doit plutôt coïncider avec E_t dans sa globalité à chaque instant t . Ces deux approches semblent, en apparence, diverger mais en réalité elle diffèrent surtout dans la formulation. Ceci étant dit, le but de cette note n'est pas nécessairement de formaliser à l'identique la pensée de Spinoza, mais de proposer un modèle mathématique qui approche le mieux possible la pensée de l'auteur de *l'Ethique*. En effet, ce que j'appelle la substance ici, doit correspondre à la "Nature naturante" chez Spinoza. Quant à la "Nature naturée", elle n'est rien d'autre chez Spinoza que la modification de la substance par la nécessité de sa nature. A partir de là, si on considère E_t comme une structure globale, rien n'empêche qu'elle coïncide avec la "Nature naturée" de Spinoza. Il est juste à préciser, que E_t est considérée dans cette note uniquement d'un point de vu ensembliste sans structure globale. D'où la différence entre E_t à un instant t et un état primordial qui correspond à ce que j'ai appelé la substance S . Autrement dit, la cause de tout ce qui a existé avant hier n'est pas égal à tout ce qui a existé avant hier mais probablement inclus dans tout ce qui a existé avant l'an dernier. Alors qu'on montrera que la cause de S est égal à S . En d'autre terme, la "Nature naturante" est antérieur à la "Nature naturée". Il est à noter aussi que, contrairement à Spinoza qui cherche à connaître la substance par son essence et ses attributs, on ne prétend pas dans cette note expliquer de quoi est faite la nature de cette substance. Il est uniquement question de prouver formellement et grâce à des outils mathématiques qu'elle existe et qu'elle est unique. L'idée est quelque peu similaire à l'exemple suivant : dans un langage fini (un dictionnaire par exemple) où l'on admet que tout mot possède une définition unique, il est alors nécessaire qu'il y ait au moins un mot qui est sa propre définition s'il l'on veut éviter de définir un premier mot par un deuxième et puis ce même deuxième par le premier, autrement dit si l'on veut éviter que la chaîne des définitions fasse une boucle. En terme de causalité, il est admis de Spinoza et des physiciens classiques, que le temps n'est pas cyclique. En d'autres termes, le fait que l'effet ne précède jamais sa cause est un principe fondamental sur lequel repose toute la physique.

La preuve que j'apporterai reposera sur le théorème de Knaster-Tarski qui est un résultat mathématique de la théorie des points fixes dû aux mathématiciens, Knaster [5] (1928) et Tarski [7] (1955). Ce résultat est également attribué par Y. N. Moschovakis [4] à Zermelo. L'intérêt de l'approche développée dans cette note, c'est qu'elle permet de

revisiter *l'Ethique* de Spinoza via les mathématiques modernes que l'époque de Spinoza ignorait, tout en confirmant les thèses soutenues par ce dernier dans les Propositions XI, XII, XIII et XIV de *l'Ethique*.

Voici les deux premiers axiomes que je propose.

(A1) Toute chose existante est l'effet d'une cause bien déterminée (toujours sous entendue non vide) et l'effet ne peut pas précéder sa cause. (Voir aussi les axiomes de *l'Ethique*).

Explication : C'est un principe fondamental de la physique.

(A2) La cause du tout doit envelopper la cause de la partie. (Cet axiome ne se trouve pas explicitement dans *l'Ethique*).

Explication : Cet axiome dit que si une chose enveloppe une autre alors la cause de la première enveloppe la cause de la seconde. Lorsqu'une chose est considérée comme composée de plusieurs parties, sans chacune des parties le tout ne peut pas exister. Donc la cause d'une partie est contenue dans la cause du tout. Par exemple, la cause d'une page d'un livre fait partie de la cause du livre étant donné que sans ses pages, le livre ne peut exister.

Grâce aux deux axiomes (A1) et (A2) et une modélisation mathématique simple, on prouvera dans la Proposition 3 :

L'existence de la substance : *Il existe une substance S dans le monde de l'existant. Tout autre substance (si elle existe), contiendrait la substance S . Autrement dit, S est la plus petite substance contenue dans tout autre substance s'il y a plusieurs substances.*

Je rappelle à ce niveau que Spinoza énonce directement à partir de la définition d'une substance, la Proposition II de *l'Ethique* : "*Deux substances ayant des attributs différents n'ont rien en commun entre elles*". Si on admet cette proposition comme étant intuitivement vraie, on en tire directement l'unicité de la substance. Car d'après ce que j'ai énoncé plus haut (ce qui sera prouvé ultérieurement), toute autre substance si jamais elle existait, contiendrait en elle la substance S qui existe nécessairement. Or si deux substances différentes ne doivent rien avoir en commun, sachant qu'elles ont toutes S en commun c'est qu'en fait, il n'y a pas d'autre substance que S . Ainsi on aura fini avec l'existence et l'unicité de la substance S à partir uniquement des deux axiomes (A1) et (A2). Mais comme je n'ai pas défini une substance à partir de ses attributs, comme le fait Spinoza, mais uniquement comme étant une chose qui est cause de soi, je suggère à la place de la Proposition II de de *l'Ethique*, l'axiome équivalent suivant :

(A3) Deux substances différentes n'ont rien en commun.

Explication : Comme le précise Spinoza dans sa démonstration de la Proposition II de *l'Ethique*, chacune, en effet, doit exister en soi et doit être conçue par soi, autrement

dit le concept de l'une n'enveloppe pas le concept de l'autre.

Si on assume donc l'axiome (A3) en plus des axiomes (A1) et (A2), voici alors ce qu'on démontrera (voir Proposition 5) :

Unicité et indivisibilité de la substance : *Il existe une unique substance indivisible S dans le monde de l'existant.*

Notons qu'à partir de ce qu'on vient d'énoncer, on déduit le caractère infini de la substance et ceci découle immédiatement de la définition donnée par Spinoza, c'est-à-dire que la substance S n'est pas contenue dans une autre substance de même nature. C'est clairement le cas puisqu'il n'y a pas d'autre substance que S . Le fait que S enveloppe la *cause première* sera démontré dans le Corollaire 1, une fois qu'on s'accorde à définir la *cause première* comme étant la cause contenue dans toutes les autres causes.

La démarche qui sera suivit dans les prochaines sections se résume ainsi : En admettant les trois axiomes (A1), (A2) et (A3) ainsi qu'une modélisation mathématique, on partira du multiple c'est-à-dire de la diversité des êtres de l'existence, pour arriver via les mathématiques à l'Un et l'unique c'est-à-dire à la substance.

1.2 Une modélisation mathématique.

Commençons par modéliser le temps par la droite réelle notée \mathbb{R} .

1.2.1 Quelques notations et définitions.

Pour chaque instant $t \in \mathbb{R}$ arbitrairement fixé :

- on appelle cause d'une chose A , la chose qui a fait ou qui fait que A existe ou a existé.
- on dit qu'une chose a une cause en dehors d'elle même, si cette chose ne coïncide pas avec sa cause.
- on note N_t la Nature avant l'instant t , autrement dit l'ensemble de tous ce qui peut être considéré comme un "être" ou un "objet" ayant existé avant l'instant t et dont la cause le précède strictement dans le temps, en particulier qui ne coïncide pas avec sa propre cause.
- on note E_t l'ensemble de tous ce qui peut être considéré comme un "être" ou un "objet" existant avant l'instant t . On a toujours $N_t \subset E_t$ pour tout $t \in \mathbb{R}$. Par "chose", on désigne toute partie de E_t c'est-à-dire un sous-ensemble de E_t qui peut toutefois être un singleton.
- par $(\mathcal{P}(E_t), \subset)$ on désigne l'ensemble de toutes les parties de E_t muni de l'ordre de l'inclusion.
- on note $\mathcal{C}(A)$ la cause bien déterminée de A , pour tout $A \in \mathcal{P}(E_t)$ et pour tout $t \in \mathbb{R}$. L'ensemble $\mathcal{C}(A)$ peut dépendre de l'instant t , en revanche la loi de causalité \mathcal{C} est supposée être immuable, autrement dit est indépendante du temps. La cause d'un élément $x \in E_t$ est tout simplement la cause de $\{x\} \in \mathcal{P}(E_t)$.
- on appelle substance toute partie $S \subset E_t$ ($t \in \mathbb{R}$) qui coïncideraient avec sa propre cause, c'est-à-dire $\mathcal{C}(S) = S$ si toutefois une telle chose existe.

- on note par E , le monde de l'existant c'est-à-dire $E = \cup_{t \in \mathbb{R}} E_t$.
- on note e la chose commune à tout ce qui existe. Autrement dit, la chose contenue dans toute autre chose de E_t pour tout $t \in \mathbb{R}$ c'est-à-dire

$$e := \bigcap_{t \in \mathbb{R}} \bigcap_{A \subset E_t} A.$$

Cet ensemble e est appelé en mathématiques l'ensemble vide et est noté \emptyset ou $\{\}$. Cependant, nous gardons pour l'instant la notation e au lieu de \emptyset , mais nous précisons que e a exactement les mêmes propriétés mathématiques que \emptyset . Notons juste que l'ensemble e c'est-à-dire l'ensemble vide, peut ici avoir deux interprétations équivalentes. La première désigne négativement "*l'absence de choses commune*" à ce qui existe dans E_t , d'où la notation de e par \emptyset . Mais la deuxième interprétation désigne positivement "*la diversité des êtres*" dans E_t . Dire que la chose commune e dans E_t est vide, autrement dit est inexistante, revient à dire que les êtres dans E_t sont divers. L'ensemble e aurait donc pu tout aussi bien être noté "*d*" comme diversité.

On rappelle que, pour tout $t \in \mathbb{R}$, $(\mathcal{P}(E_t), \subset)$ est un treillis complet (et même une algèbre de Boole complète) qui admet un plus petit élément $e = \emptyset$ et un plus grand élément E_t . L'introduction de l'ensemble $\mathcal{P}(E_t)$ se justifie par les passages suivant que l'on trouvera dans *l'Ethique* [2] pages 315-316 :

1. *Que la vraie définition de chaque chose n'enveloppe et n'exprime rien à part la nature de la chose définie. D'où il suit :*

2. *Que nulle définition n'enveloppe et n'exprime aucun nombre déterminé d'individus, puisqu'elle n'exprime rien d'autre que la nature de la chose définie. Par exemple, la définition du triangle n'exprime rien d'autre que la simple nature du triangle, mais non quelque nombre déterminé de triangles.*

3. *Il faut noter que, de chaque chose existante, il est nécessairement donné quelque cause déterminée, par laquelle elle existe.*

4. *Il faut enfin noter que cette cause par laquelle certaine chose existe doit, ou bien être contenue dans la nature même et la définition de la chose existante (parce que, en effet, il appartient à sa nature d'exister), ou bien être donnée en dehors d'elle.*

Cela posé, il suit que, s'il existe dans la Nature quelque nombre déterminé d'individus, une cause doit nécessairement être donnée pourquoi ces individus existent, et pourquoi ni un plus grand nombre ni un plus petit.

Ce dernier passage exprime le fait que les causes respectives de deux individus $\{a\}$ et $\{b\}$, n'enveloppent pas la cause de la paire d'individus $\{a, b\}$. Autrement dit, il est possible que $\mathcal{C}(\{a\}) \cup \mathcal{C}(\{b\}) \subset \mathcal{C}(\{a, b\})$ mais que $\mathcal{C}(\{a, b\}) \neq \mathcal{C}(\{a\}) \cup \mathcal{C}(\{b\})$. Il fallait donc prendre en considération l'ensemble des parties des êtres ou objets existants, ce qui a motivé l'introduction de $\mathcal{P}(E_t)$. Il faut aussi noter que si deux choses n'ont rien en commun entre elles, c'est qu'il y a une cause non vide et bien déterminée à cela. Ceci explique entre autre pourquoi la cause du vide ne peut pas être vide.

1.2.2 Traduction mathématique des deux premiers axiomes.

Commençons par traduire mathématiquement les axiomes (A1) et (A2).

(A1) Toute chose existante est l'effet d'une cause bien déterminée (toujours sous-entendue non vide) et l'effet ne peut pas précéder sa cause. Autrement dit, pour tout $t \in \mathbb{R}$ et pour tout $A \in \mathcal{P}(E_t)$, il existe une cause unique $\mathcal{C}(A) \in \mathcal{P}(E_t) \setminus \{\emptyset\}$. Cela signifie que la loi de causalité $\mathcal{C} : \mathcal{P}(E_t) \rightarrow \mathcal{P}(E_t) \setminus \{\emptyset\}$ est une application, pour tout $t \in \mathbb{R}$.

(A2) La cause du tout doit envelopper la cause de la partie. Cela signifie que pour deux choses existantes, si l'une enveloppe l'autre alors la cause de la première enveloppe la cause de la seconde. Autrement dit : pour tout $t \in \mathbb{R}$ et pour tout $A, B \in \mathcal{P}(E_t)$, si $A \subset B$ alors $\mathcal{C}(A) \subset \mathcal{C}(B)$. Cela signifie que la loi de causalité $\mathcal{C} : \mathcal{P}(E_t) \rightarrow \mathcal{P}(E_t)$ est croissante, pour tout $t \in \mathbb{R}$.

Remarquons qu'il est tout à fait possible d'unifier les deux axiomes (A1) et (A2) en un seul axiome de la manière suivante :

Un axiome unifié : Il existe une loi de causalité \mathcal{C} telle que : $\forall t \in \mathbb{R}$, la loi $\mathcal{C} : \mathcal{P}(E_t) \rightarrow \mathcal{P}(E_t) \setminus \{\emptyset\}$ est une application croissante pour l'ordre de l'inclusion.

C'est en fait cet axiome unifié qui est la clé de l'existence d'une substance non vide dans le monde de l'existant et ceci grâce au célèbre théorème de Knaster-Tarski comme nous le verrons plus loin.

1.2.3 Deux premières propositions fondamentales.

A) Le sens de l'ensemble e : Rappelons que l'ensemble contenu dans tout sous-ensembles non vide A de E_t pour tout $t \in \mathbb{R}$ s'écrit

$$\emptyset = e := \bigcap_{t \in \mathbb{R}} \bigcap_{A \subset E_t} A,$$

et consiste en l'intersection de tous les sous ensembles non vides A de E_t ($t \in \mathbb{R}$), ce qui aboutit sur l'ensemble vide. Comme les êtres de E_t sont différents les uns des autres, dire par exemple que $e = \{x\} \cap \{y\}$ équivaut tout simplement à dire que $x \neq y$, pour tout $x, y \in E_t$ et pour tout $t \in \mathbb{R}$. Ainsi, évoquer l'ensemble vide e revient à faire référence à la diversité des êtres dans E_t . En effet, e n'a de sens ici que parce qu'il existe des êtres différents dans E_t . On peut donc dire que e autrement dit l'ensemble vide, exprime la diversité des êtres dans E_t pour tout $t \in \mathbb{R}$. De ce fait, parler de la cause de e revient à parler de la cause de la diversité des êtres : $\mathcal{C}(e) :=$ " La cause de la diversité des êtres de E_t pour $t \in \mathbb{R}$ ". Ceci semble en total accord avec la pensée de Spinoza, puisque ce dernier stipule que les essences des êtres sont éternelles (mais pas leur existences évidemment), de ce fait, la diversité des êtres existant se manifesterait déjà dans leur éternelles essences. En conséquence, on a que $\mathcal{C}(e) \neq e$ vue qu'il doit exister par l'axiome (A1) une cause bien déterminée (sous entendu non vide) à cette diversité des êtres, puisque cette diversité est bien une réalité existante dans E_t pour chaque instant $t \in \mathbb{R}$. Autrement dit, il doit exister une cause bien déterminée et non vide qui explique pourquoi il existe des choses différentes dans le monde de l'existant et non pas une unique chose. On obtient ainsi la première proposition.

Proposition 1. *On a que $\mathcal{C}(e) \neq e$ ou, ce qui revient au même $\mathcal{C}(\emptyset) \neq \emptyset$. Autrement dit, la cause de la diversité des êtres de E_t pour $t \in \mathbb{R}$, est non vide.*

L'explication du sens de cette proposition a été livré plus haut et sa démonstration repose comme je l'ai mentionné sur l'axiome (A1). On peut cependant en donner une autre démonstration de la manière suivante :

Démonstration 2. : De par la définition même de l'ensemble vide c'est qu'il est dépourvu de toute chose et donc dépourvu de toute cause. Ce qui est dépourvu de toute cause ne peut être une cause (même pas de lui même). \square

On peut aussi fournir une troisième démonstration, qui cette fois repose sur l'axiome VII de *l'Ethique* qui stipule que : "*tout ce qui peut être conçu comme non existant, son essence n'enveloppe pas l'existence*". Autrement dit, tout ce qui peut être conçu comme non existant, ne peut être cause de soi. Or ici $e = \emptyset$ exprime le fait que ce qui est commun à toutes les choses de E_t ($t \in \mathbb{R}$) est inexistant. Il s'en suit donc que e ne peut être sa propre cause. D'où $\mathcal{C}(e) \neq e$ par cet axiome VII de Spinoza. Notons encore une dernière fois, que l'ensemble vide $e = \emptyset$ prend sens dès qu'il existe au moins deux êtres différents dans E_t pour un certain instant $t \in \mathbb{R}$. Par conséquent, dire que la chose commune à tout ce qui existe est inexistante revient à dire que les choses existantes sont diverses dans leur ensemble et ceci doit avoir une cause bien déterminée et non vide qui l'explique.

B) La cause de la diversité est contenue dans toutes les causes. Sans trop m'attarder sur l'aporie de "l'Un et le multiple", je reprends ici la formule de Hegel sur l'identité :

"Aussi l'absolu lui-même est-il l'identité de l'identité et de la non-identité."

Autrement dit, ce qui fait qu'une chose est, c'est à la fois ce qu'elle est et ce qu'elle n'est pas. Cette formule trouve toute sa légitimité en terme de causalité en lien avec l'axiome (A2) proposé dans cette note. Partant de la formule de Hegel adaptée à la causalité, on peut expliquer philosophiquement ce qui se déduira mathématiquement de l'axiome (A2), c'est-à-dire, pourquoi la cause de la diversité, autrement dit $\mathcal{C}(e)$, doit être contenue dans toutes les causes. En effet, pour qu'un être x soit différent d'un autre être y , il est nécessaire que la cause $\mathcal{C}(\{x\})$ qui précède x , contienne en elle la raison qui explique pourquoi x existera et pourquoi il sera différent de y . En d'autre terme, $\mathcal{C}(x \neq y) = \mathcal{C}(e = \{x\} \cap \{y\}) = \mathcal{C}(e)$ doit être contenu dans $\mathcal{C}(\{x\})$ et aussi dans $\mathcal{C}(\{y\})$. Donc, la cause de x c'est-à-dire $\mathcal{C}(\{x\})$, doit contenir en elle non seulement ce qui fera x mais aussi l'explication de ce que x ne sera pas. C'est uniquement ainsi qu'on peut expliquer pourquoi x existe et pourquoi il est différent des autres êtres. Ce raisonnement s'étend bien entendu à toute partie $A \neq \emptyset$ de E_t ($t \in \mathbb{R}$) qui n'est pas nécessairement un singleton. Ainsi, on obtient la proposition suivante dont la preuve mathématique repose tout simplement sur l'axiome (A2) :

Proposition 2. *Supposons que l'axiome (A2) est satisfait. Soit $t \in \mathbb{R}$ et $A \in \mathcal{P}(E_t)$. Alors, $\mathcal{C}(e) \subset \mathcal{C}(A)$. Autrement dit, la cause de la diversité des êtres (c'est-à-dire la cause de $e = \emptyset$) est contenue dans toutes les causes.*

Démonstration. Partons de l'axiome (A2), comme $e \subset A$ pour tout $\emptyset \neq A \subset E_t$ ($t \in \mathbb{R}$) et que la loi de causalité est croissante, alors $\mathcal{C}(e) \subset \mathcal{C}(A)$. \square

1.3 Le théorème de Knaster-Tarski.

Le théorème de Knaster-Tarski, qu'on utilisera plus loin, est un résultat bien connu de la théorie des ensembles. Il concerne l'existence de points fixes pour une application croissante d'un treillis complet dans lui-même. On donnera plus bas son énoncé ainsi qu'une démonstration. On commence par rappeler ci-dessous quelques notions bien connues concernant les treillis.

Treillis : Un treillis (T, \leq) est la donnée d'un ensemble T et d'une relation notée \leq (appelée ordre partiel) satisfaisant les propriétés suivantes :

- (1) $\forall x \in T, x \leq x$.
- (2) $\forall x, y \in T$, si $x \leq y$ et $y \leq x$ alors $x = y$.
- (3) $\forall x, y, z \in T$, si $x \leq y$ et $y \leq z$ alors $x \leq z$.
- (4) pour tous éléments x et y de T , il existe une borne supérieure et une borne inférieure à l'ensemble $\{x, y\}$.

Treillis complet : Un treillis complet (T, \leq) est un treillis pour lequel toute partie A de T admet une borne supérieure notée $\sup(A) \in T$ et une borne inférieure notée $\inf(A) \in T$. Autrement dit :

- (i) $\forall a \in A, a \leq \sup(A)$ (respectivement $\inf(A) \leq a$),
- (ii) s'il existe $M \in T$ tel que $\forall a \in A, a \leq M$ alors $\sup(A) \leq M$ (respectivement s'il existe $m \in T$ tel que $\forall a \in A, m \leq a$ alors $m \leq \inf(A)$)

Exemple : Soit E un ensemble non vide et $\mathcal{P}(E)$ l'ensemble des parties de E . Alors $(\mathcal{P}(E), \subset)$ est un treillis complet, où \subset désigne l'inclusion.

On rappelle ci-dessous le théorème de Knaster-Tarski.

Lemme 1. (Knaster-Tarski) Soit (B, \leq) un Treillis complet et $\mathcal{C} : B \rightarrow B$ une application croissante pour l'ordre \leq . Alors, il existe respectivement un plus petit et un plus grand point fixe $\omega, \theta \in B$, autrement dit :

$$\mathcal{C}(\omega) = \omega, \quad \mathcal{C}(\theta) = \theta$$

et pour tout élément $\lambda \in B$ tel que $\mathcal{C}(\lambda) = \lambda$ on a

$$\omega \leq \lambda \leq \theta.$$

Preuve : • **Le plus petit point fixe :** Posons $I := \{a \in B : \mathcal{C}(a) \leq a\}$. Comme B est un Treillis, il contient l'élément $\omega := \inf(I)$. Comme $\omega \leq a$ pour tout $a \in I$, la croissance de \mathcal{C} entraîne que $\mathcal{C}(\omega) \leq \mathcal{C}(a)$ et comme $a \in I$ alors $\mathcal{C}(\omega) \leq a$ et ceci pour tout $a \in I$, il s'en suit que $\mathcal{C}(\omega) \leq \inf(I) = \omega$. On conclut que $\omega \in I$. Posons maintenant $\varpi := \mathcal{C}(\omega)$. On a donc $\varpi \leq \omega$. La croissance de \mathcal{C} entraîne que $\mathcal{C}(\varpi) \leq \mathcal{C}(\omega) := \varpi$. D'où $\varpi \in I$. Puisque ω est le plus petit élément de I alors $\omega \leq \varpi$. Comme on avait déjà établi l'inégalité inverse alors $\varpi = \omega$ c'est-à-dire $\mathcal{C}(\omega) = \omega$. D'où l'existence d'un point fixe. Soit maintenant un élément $\lambda \in B$ tel que $\mathcal{C}(\lambda) = \lambda$. On a en particulier que $\lambda \in I$ et donc $\omega \leq \lambda$. L'élément ω est donc le plus petit point fixe de \mathcal{C} .

• **Le plus grand point fixe :** Soit maintenant $J := \{a \in B : a \leq \mathcal{C}(a)\}$. Comme B

est un Treillis, il contient l'élément $\theta := \sup(J)$. Alors $a \leq \theta$ pour tout $a \in J$ et par la croissance de \mathcal{C} on a $\mathcal{C}(a) \leq \mathcal{C}(\theta)$ et puisque $a \in J$ alors $a \leq \mathcal{C}(\theta)$ pour tout $a \in J$. D'où par passage à la réunion, $\theta \leq \mathcal{C}(\theta)$. Ainsi $\theta \in J$. En posant $\delta := \mathcal{C}(\theta)$ et en utilisant la croissance de \mathcal{C} , on montre comme plus haut que $\theta = \mathcal{C}(\theta)$. L'élément θ est le plus grand point fixe. En effet, soit λ tel que $\mathcal{C}(\lambda) = \lambda$. En particulier $\lambda \in J$ et donc $\lambda \leq \theta$.

• **Conclusion :** On a au final démontré que $\omega = \mathcal{C}(\omega) \leq \theta = \mathcal{C}(\theta)$ et tout autre point fixe λ vérifie $\omega \leq \lambda \leq \theta$. □

Remarque 1. *Le théorème de Knaster-Tarski a une application au théorème de Cantor-Bernstein (voir [8]) qui est bien connue.*

1.4 Existence et unicité de la substance de Spinoza.

On énonce maintenant les résultats principaux de cette note, les propositions qui confirment les thèses proposées par Spinoza dans les Propositions XI, XII, XIII et XIV de *l'Ethique*. Par la proposition qui suit, on montre qu'il existe nécessairement une chose qui est cause de soi.

Proposition 3. *Supposons que les axiomes (A1) et (A2) sont satisfaits. Alors, il existe une substance $S \subset \bigcap_{t \in \mathbb{R}} E_t$, distincte de e i.e $S \neq e$ et contenant la cause de la diversité :*

$$\mathcal{C}(e) \subset \mathcal{C}(S) = S,$$

autrement dit S est une substance ou encore, qu'il appartient à la nature de S d'exister. Tout autre substance $\Lambda \subset E_t$ pour tout $t \in \mathbb{R}$, contiendrait S , c'est-à-dire, $S \subset \Lambda$.

Preuve : Grâce aux axiomes (A1) et (A2), on sait que la loi de causalité $\mathcal{C} : \mathcal{P}(E_t) \longrightarrow \mathcal{P}(E_t)$ est bien une application croissante, pour tout $t \in \mathbb{R}$. Comme $\mathcal{P}(E_t)$ est un Treillis complet, il existe par le Lemme 1 un plus petit point fixe $S_t \in \mathcal{P}(E_t)$ i.e. telle que $\mathcal{C}(S_t) = S_t$ et un plus grand point fixe $D_t = \mathcal{C}(D_t)$. Tout autre point fixe $\Lambda \in \mathcal{P}(E_t)$ satisfait $S_t \subset \Lambda \subset D_t$.

Indépendance du temps de S_t : En effet pour $t \leq t'$, on sait que $E_t \subset E_{t'}$ et donc aussi que $\mathcal{P}(E_t) \subset \mathcal{P}(E_{t'})$. Comme on vient de le montrer, il existe un plus petit et un plus grand point fixe $S_t, D_t \in \mathcal{P}(E_t)$ ainsi qu'un plus petit et un plus grand point fixe $S_{t'}, D_{t'} \in \mathcal{P}(E_{t'})$. D'une part, comme $\mathcal{P}(E_t) \subset \mathcal{P}(E_{t'})$, on se trouve donc avec les points fixes $S_t, D_t, S_{t'}, D_{t'} \in \mathcal{P}(E_{t'})$. Ainsi, puisque $S_{t'}, D_{t'} \in \mathcal{P}(E_{t'})$ sont respectivement le plus petit et le plus grand point fixe on obtient que

$$S_{t'} \subset S_t \subset D_t \subset D_{t'}.$$

Il s'en suit que $S_{t'}$ existe aussi avant t i.e. $S_{t'} \in \mathcal{P}(E_t)$, puisque $S_{t'}$ est contenue dans $S_t \in \mathcal{P}(E_t)$. Or dans $\mathcal{P}(E_t)$, le plus petit point fixe étant S_t , tout autre point fixe de $\mathcal{P}(E_t)$ envelopperait S_t . Autrement dit on a aussi

$$S_t \subset S_{t'}.$$

Donc, $S_t = S_{t'}$. Ceci signifie que $S = S_t (\forall t \in \mathbb{R})$ est indépendante du temps. D'où, $S \subset \bigcap_{t \in \mathbb{R}} E_t$. Comme $e \subset S$ alors par la Proposition 2 (ou par l'axiome (A2)) on obtient $\mathcal{C}(e) \subset \mathcal{C}(S) = S$ et par la Proposition 1 on a que $S \neq e$. □

Comme je l'ai déjà mentioné dans l'introduction, on peut déduire directement l'unicité de la substance S à partir de la Proposition 3 si on admet (comme le fait Spinoza dans la Proposition II de *l'Ethique*) que deux substances différentes ne doivent rien avoir en commun (voir l'axiome (A3)), car effectivement chacune doit être cause de soi et exister par soi. D'où la proposition suivante.

Proposition 4. *Supposons que les axiomes (A1), (A2) et (A3) sont satisfaits. Alors, il existe une unique substance S indépendante du temps et contenant la cause de la diversité. Autrement dit, il existe une unique substance S qui satisfait $\mathcal{C}(e) \subset S \subset \bigcap_{t \in \mathbb{R}} E_t$.*

Démonstration. L'existence d'une substance S telle que $\mathcal{C}(e) \subset S \subset \bigcap_{t \in \mathbb{R}} E_t$, est assurée par la Proposition 3. Soit $t \in \mathbb{R}$ quelconque et $\Lambda \subset E_t$ une substance. Il s'agit de voir que $\Lambda = S$. En effet, supposons par l'absurde que $\Lambda \neq S$. Par la même Proposition 3, on sait que $S \subset \Lambda$. Ainsi, les deux substances S et Λ ont toutes les deux S en commun. Or, ceci est exclu par l'axiome (A3), ce qui donne $\Lambda = S$. D'où l'unicité de la substance S . □

On montre maintenant l'indivisibilité de la substance.

Proposition 5. *Supposons que les axiomes (A1), (A2) et (A3) sont satisfaits. Alors, l'unique substance S satisfait :*

(1) *pour tout $t \in \mathbb{R}$, $E_t = N_t \cup S$. Autrement dit, les êtres de l'existence sont ou bien en soi, et c'est l'unique substance S , ou bien en autre chose que soi et, dans ce cas, ce sont les éléments de N_t .*

(2) *S est indivisible, c'est-à-dire, S ne se décompose pas en deux (ou plusieurs) parties disjointes.*

Démonstration. L'existence et l'unicité de la Substance S ainsi que son indépendance par rapport au temps, est assurée par la Proposition 4.

(1) pour tout $t \in \mathbb{R}$, S est l'unique chose qui est cause de soi. Il est donc clair que pour tout $t \in \mathbb{R}$, $E_t = N_t \cup S$.

(2) Supposons que S se divise en S_1 et S_2 . On va procéder ici en suivant la démarche de la Proposition XIII de *l'Ethique*. Deux cas se présentent :

Cas 1 : Soit S_1 , soit S_2 garde la même nature que S . Autrement dit, soit S_1 est une substance, soit S_2 est une substance. Si, par exemple, S_1 est une substance, alors par la Proposition 3, elle devrait contenir S , autrement dit $S \subset S_1$. Or, $S_1 \subset S$ et donc $S_1 = S$. Le même raisonnement s'applique si S_2 est une substance.

Cas 2 : Ni S_1 ni S_2 n'est une substance. Dans ce cas, comme le précise Spinoza dans la Proposition XIII de *l'Ethique*, la substance S perdrait sa nature de substance et cesserait d'être ce qui contredit le fait d'être cause de soi, autrement dit, contredit le fait qu'il appartient à sa nature d'exister. □

On appellera "Cause première", la cause contenue dans toutes les causes.

Corollaire 1. *La substance S enveloppe la cause première de toute autre chose et elle est éternelle.*

Démonstration. Soit une chose $A \subset E_t$ pour $t \in \mathbb{R}$. Par la Proposition 2, on a $\mathcal{C}(e) \subset \mathcal{C}(A)$. Donc, $\mathcal{C}(e)$ est la cause première qui est contenue dans la substance S . Par ailleurs, S est cause de soi et est indépendante du temps elle est donc éternelle. \square

En suivant la définition II de *l'Ethique* ci-dessous, on déduit aisément l'infinité de la substance S .

Définition 1. *Une chose est dite finie en son genre quand elle peut être bornée par une autre chose de même nature. Par exemple, un corps est dit chose finie, parce que nous concevons toujours un corps plus grand ; de même, une pensée est bornée par une autre pensée ; mais le corps n'est pas borné par la pensée, ni la pensée par le corps.*

Corollaire 2. *L'unique substance S est nécessairement infinie.*

Démonstration. Cela découle de la définition ci-dessus puisqu'il n'y a pas d'autre substance de même nature que S pour la contenir. \square

1.5 La substance est-elle un atome ?

Dans cette section, on se pose la question suivante : La substance S , qu'on sait indépendante du temps et contenue dans $\bigcap_{t \in \mathbb{R}} E_t$, est elle un singleton ou non ?

On va discuter une condition possible qui permet de répondre à cette questions. On rappelle la définition d'un atome en théorie des ensembles.

Définition 2. *En théorie des ensembles, un ensemble A est dit un atome, si $A \neq \emptyset$ et A n'a pas d'autre minorant que \emptyset et lui même (c'est-à-dire que les seuls ensembles B vérifiant $B \subset A$ sont \emptyset et A).*

Notons tout d'abord deux choses :

(1) l'unique substance S constitue un infra-monde où le temps n'existe pas. Cependant, les axiomes (A1) et (A2) restent toujours valide. La chose à noter c'est que l'axiome (A1) exclue uniquement le fait qu'un effet puisse précéder dans le temps sa cause mais n'exclue pas, par exemple, qu'un effet puisse exister en même temps que sa cause. Ainsi, si donc S contient une partie non vide $A \subsetneq S$, on peut toujours parler de sa cause $\mathcal{C}(A) \neq A$ qui est contenue dans $S = \mathcal{C}(S)$ et cela indépendamment du temps.

(2) Les trois axiomes (A1), (A2) et (A3) ne permettent pas de démontrer mathématiquement parlant que la substance S est un atome ou non. Pour pouvoir affirmer que S soit un atome, il faut supposer une condition en plus qu'on notera (P). On n'affirme pas ici que cette propriété (P) est vrai, car l'intuition ne semble ni l'affirmer ni l'infirmer, mais nous allons en revanche montrer que la validité la propriété (P) entraîne le fait que S soit un atome et plus précisément que $S = \mathcal{C}(e)$.

Voici donc la propriété (P) en question :

(P) Pour tout $t \in \mathbb{R}$ et pour tout $A \subset E_t$, on a

$$A \subset \mathcal{C}(A) \implies (A = e \text{ ou } A = \mathcal{C}(A)).$$

Ce qui est certain c'est que, pour les choses singulières A de la nature N_t ($t \in \mathbb{R}$), c'est-à-dire, pour les choses qui n'ont pas toujours existé et qui ont besoin que leur causes les précèdent strictement dans le temps, on ne peut jamais avoir $A \subset \mathcal{C}(A)$ sauf si $A = \emptyset$, car par l'axiome (A1) une chose ne peut jamais précéder sa cause. Or si $A \subset \mathcal{C}(A)$, cela suppose que A fait partie de sa propre cause. Ceci est impossible pour les choses singulières qui n'ont pas toujours existé.

Proposition 6. *Supposons que les axiomes (A1), (A2) et (A3) sont satisfaits. Alors, on a que (i) \implies (ii).*

(i) *La propriété (P) est vérifiée.*

(ii) *L'unique substance S est un atome (au sens de la définition 2), c'est-à-dire qu'il existe $s \in \bigcap_{t \in \mathbb{R}} E_t$ tel que $S = \{s\}$ et on a que $S = \mathcal{C}(e) = \{s\}$.*

Démonstration. Montrons que (i) \implies (ii). On sait que $e \subset \mathcal{C}(e)$. Par l'axiome (A2), c'est-à-dire par la croissance de la loi de causalité, on sait que $\mathcal{C}(e) \subset \mathcal{C}(\mathcal{C}(e))$. Si donc la propriété (P) est vrai, alors on obtient que ou bien $\mathcal{C}(e) = e$ ou bien que $\mathcal{C}(e)$ est une substance. Comme la Proposition 1 exclu le premier cas, on a alors que $S = \mathcal{C}(e)$ (car S est l'unique substance par Proposition 4). Pour voir que S est un atome, soit $A \subset S$ alors on sait que $\mathcal{C}(e) \subset \mathcal{C}(A) \subset \mathcal{C}(S) = S$. D'où $\mathcal{C}(A) = S$. Il s'ensuit que $A \subset S = \mathcal{C}(A)$. Ceci entraîne par la propriété (P) que $A = e$ ou $A = S$, c'est-à-dire que S est un atome. \square

1.6 Conclusion.

Comme je l'ai mentionné à la fin de l'introduction, la démarche qui a été suivie dans cette note consistait en le fait de partir de la diversité des êtres pour aboutir, via un modèle mathématique, à l'unicité de la substance. Il a été prouvé par ailleurs que la substance est indivisible, infinie, éternelle et qu'elle est cause première de toute chose. Il serait donc bien intéressant maintenant de faire le chemin inverse, c'est-à-dire, de partir de la substance elle-même dont on a prouvé l'existence et l'unicité pour comprendre dans quelle mesure le modèle proposé ici permet d'expliquer le cheminement causal qui part de cette substance et aboutit à la diversité des êtres. Ceci permettrait sans doute de voir si la suite des affirmations de Spinoza dans *l'Ethique* reste valide. Mais cette tâche n'a pas été abordée dans cette note pour éviter toute spéculation non mathématique. Notons juste que le formalisme mathématique qui a été utilisé ici est possible dans un cadre plus général. En effet, dès que l'on suppose qu'il existe un ordre \leq sur le monde de l'existant E faisant de ce dernier un treillis complet et qu'il existe une loi de causalité de $\mathcal{C} : (E, \leq) \rightarrow (E, \leq)$ qui soit croissante pour cet ordre, alors grâce au théorème de Knaster-Tarski, il existe nécessairement une substance dans E et même que l'ensemble des substances est lui même un treillis complet. L'unicité de la substance s'obtient ensuite en rajoutant l'axiome suivant : "*deux substances différentes ne sont pas comparables*". Cela laisse donc la voie libre à d'autre modèle possible. Ceci étant dit,

j'ai choisi de garder ici le modèle simple qu'est $(\mathcal{P}(E_t), \subset)$ car ce dernier ma semblé être le plus adéquat et le plus concret à l'heure actuelle.

Je vais m'arrêter sur cette conclusion que les premières affirmations de Spinoza trouvées dans *l'Ethique* (je parle uniquement de ce que j'ai abordé ici) ont été confirmées et démontrées dans cette note par une approche rigoureusement mathématique. On peut donc probablement encore dire comme l'a affirmé Antonio Damasio dans l'un de ses livres (voir [3]) que : Spinoza avait raison.

Chapitre 2

Les erreurs de Spinoza dans ses démonstrations de la Proposition XI de l’Ethique I.

Abstract : We prove that the three demonstrations of Proposition XI of the *Ethics I* proposed by Spinoza are false.

Résumé : On prouve que les trois démonstrations de la Proposition XI de l’*Ethique I* proposées par Spinoza sont fausses.

2.1 Introduction.

Dans la précédente partie j’ai proposé un modèle mathématique simple, basé sur la théorie des ensembles et le théorème de Knaster-Tarski pour tenter d’approcher la pensée développée par Spinoza dans l’Ethique I. J’ai apporté ensuite des preuves rigoureusement mathématiques à quelques propositions de l’Ethique I notamment à deux des plus importantes qui sont la Propositions XI et la Proposition XIV. J’avais mentionné dans la même partie que certaines preuves données par Spinoza étaient erronées. D’autres auteurs comme Georges Boole dans [1] et Daniel Parrochia dans [6] avaient par ailleurs déjà mentionné quelques exemples de difficultés que l’on peut trouver dans l’Ethique. Dans la présente note, je vais commenter quelques lacunes qu’on trouve dans l’Ethique et prouver ensuite que les trois démonstrations de la Propositions XI de l’Ethique I proposées par Spinoza sont fausses.

Avant de commencer les détails de mon argumentaire, je tiens à préciser que la présente note n’a nullement la prétention de mettre en défaut la pensée de l’auteur de l’Ethique. Je soutiens, au contraire, que l’œuvre de l’Ethique soit une mine d’idées et de concepts. Mais comme chacun le sait, toute mine d’or à sa proportion en terre et en or et ce n’est pas parce qu’on tombe plus facilement sur de la terre qu’on ne finit pas par trouver de l’or. Je pense avoir suffisamment prouvé dans la première partie que même si les démonstrations de Spinoza contiennent des erreurs, il n’en demeure pas moins que son intuition reste très profonde. La première leçon que tout lecteur de Spinoza a dû tirer de l’Ethique c’est justement de ne jamais suivre une doctrine avant de l’avoir

soigneusement inspecté et de l'avoir rigoureusement soumis à l'examen de la preuve. C'est ce que Spinoza lui-même a fait vis-à-vis de la philosophie de Descartes. Enfin, il est important de noter que l'œuvre de l'*Ethique* date de 1661, une époque à laquelle il n'existait ni la logique de Georges Boole (1854), ni la théorie des ensembles de George Cantor (1874) ni les théorèmes d'incomplétude de Kurt Gödel (1931).

2.2 Le point de départ.

Pour Spinoza, le point de départ c'est que dans la nature il n'y a que des substances et leur modes. C'est un fait admis de manière axiomatique et donc non démontrable, basé sur l'axiome 1 et les définitions 3 et 5 de l'*Ethique*. En effet, dans sa démonstration de la Proposition IV, Spinoza dit clairement : « Toutes les choses qui sont, sont ou bien en soi, ou bien en autre chose (selon l'axiome 1), c'est-à-dire (selon les définitions 3 et 5) que rien n'est donné hors de l'entendement, à part les substances et leurs affections ». On se demande alors qu'est-ce que Spinoza essaye de démontrer dans la Proposition XI vu qu'il suppose axiomatiquement l'existence de substances dans la nature. Le souci pour Spinoza dans la Proposition XI est de prouver qu'il en existe une qui admet une infinité d'attributs. Il tentera ensuite de prouver dans la proposition XIV que cette substance est unique. Cependant, on verra dans ce qui suit que les démonstrations de la Proposition XI fournies par Spinoza sont en réalité fausses.

2.2.1 À la nature de la substance, il appartient d'exister.

Afin de prouver plus loin que les démonstrations de la Proposition XI proposées par Spinoza sont erronées, je vais revenir sur les propositions antérieures à celle-ci et leur donner leur sens exacts. On verra ainsi comment Spinoza lui-même tombe dans le piège de ces propres mots. Revenons donc sur la Proposition VII que Spinoza utilise dans sa première démonstration de la Proposition XI.

PROPOSITION VII : *À la nature de la substance, il appartient d'exister.*

Comme chacun le sait, Spinoza ne veut évidemment pas dire par cette proposition que dans la nature il existe nécessairement une substance. Car comme je l'ai précisé plus haut, l'existence de substance(s) est un fait axiomatique pour Spinoza. Le vrai sens de la Proposition VII c'est que : lorsqu'une substance est donnée dans la nature, il est inutile de chercher d'où provient-elle. Car elle aura tout simplement toujours existé parce qu'elle est cause de soi et donc que son essence enveloppe son existence c'est-à-dire qu'il appartient tout simplement à sa nature d'exister. Autrement dit, qu'elle n'a ni surgit à partir du "*Rien*" ni a été produite par une autre substance. Mais ce qu'il faut bien noter ici et ce à quoi il faut faire attention c'est qu'il est question dans la Proposition VII de vraie substance. Autrement dit, si une substance selon la définition III de l'*Ethique* existe réellement dans la nature, alors il appartient à sa nature d'exister. Car, ce n'est pas parce qu'on définit une chose qu'elle va nécessairement exister dans la nature. Il s'en suit donc, que la Proposition VII s'applique uniquement aux substances qui existent réellement dans la nature et non pas aux substances imaginées par l'esprit. Pour éviter le piège dans lequel Spinoza lui-même va tomber (les détails seront donnés

plus loin), je vais reformuler la Proposition VII pour lui faire dire ce qu'elle veut vraiment dire :

PROPOSITION VII BIS : *Si une substance est donnée dans la nature (et non imaginée par l'esprit), alors à la nature de cette substance, il appartient d'exister.*

Les termes « si » et « alors » sont ici très important comme nous le verrons dans ce qui suit. Notons que ce qu'on vient de faire remarquer concerne toutes les propositions de l'Éthique qui font référence aux substances. A chaque fois il est question de substance supposée existante dans la nature et non pas imaginée inexistante comme il est question dans la démonstration 1. de la Proposition XI de l'Éthique I (voir plus loin). Ainsi, par exemple la Proposition II de l'Éthique : « Deux substances ayant des attributs différents n'ont rien de commun entre elles » doit être comprise comme suit :

Proposition II Bis : « Si deux substances existent dans la nature et ont des attributs différents, alors elle n'ont rien de commun entre elles »

La aussi il est clair que les termes « si » et « alors » sont incontournables puisque Spinoza sait pertinemment qu'à la fin, il y aura qu'une seule substance.

2.3 Les erreurs de Spinoza.

Voici la Proposition XI de l'Éthique et la première démonstration donnée par Spinoza.

PROPOSITION XI : Dieu, autrement dit une substance consistant en une infinité d'attributs, dont chacun exprime une essence éternelle et infinie, existe nécessairement.

AXIOME VII. – TOUT CE QUI PEUT ÊTRE CONÇU COMME NON EXISTANT, SON ESSENCE N'ENVELOPPE PAS L'EXISTENCE.

DÉMONSTRATION 1 : Si vous niez cela, concevez, s'il est possible, que Dieu n'existe pas. Donc (selon l'axiome 7) son essence n'enveloppe pas l'existence. Or (selon la proposition 7) cela est absurde : donc Dieu existe nécessairement. C.Q.F.D.

2.3.1 Première preuve de l'erreur dans la démonstration 1.

L'erreur commise par Spinoza est contenue dans la dernière partie de sa preuve. En effet, comme je l'ai fait savoir plus haut, la Proposition VII ne peut s'appliquer qu'aux substances supposées existantes réellement dans la nature et non aux substances imaginées non existantes. Or Spinoza commence sa démonstration en supposons que la substance Dieu (selon sa définition) est non existante et dans la mesure où c'est une substance non existante elle est supposé être une substance imaginée (Autrement dit, une substance par le vocabulaire et non pour de vrai). On ne peut donc en aucun cas lui appliquer la Proposition VII qui traite uniquement les substances supposées existantes. En fait, la démonstration 1 de Spinoza se résume à ceci : « Supposons que Dieu n'existe pas. Or cela est absurde : donc Dieu existe nécessairement ». Ce qui

n'est évidemment pas une démonstration. Même en supposons par l'absurde que Dieu n'existe pas, autrement dit que la substance Dieu est imaginaire, Spinoza utilise quand même la Proposition VII, or il est évident qu'il ne peut pas appartenir à la nature d'une substance non existante, d'exister.

2.3.2 Deuxième preuve de l'erreur dans la démonstration 1.

Pour voir d'une autre manière que la démonstration 1 donnée par Spinoza est erronée, je vais imaginer une autre substance que j'appellerais Dieu Bis et que je définie comme suis :

PAR DIEU BIS, J'ENTENDS UNE SUBSTANCE CONSISTANT EN EXACTEMENT **DEUX D'ATTRIBUTS NI PLUS NI MOINS**, DONT CHACUN EXPRIME UNE ESSENCE ÉTERNELLE ET INFINIE.

Le lecteur pourra facilement se convaincre, qu'en remplaçant "Dieu" par "Dieu Bis" dans la démonstration 1, il tombera sur la même conclusion c'est-à-dire que Dieu Bis existe nécessairement. On peut ensuite répéter ce processus avec une substance à exactement un attribut, à trois attributs... , à n attributs etc et à chaque fois une telle substance existera nécessairement. Ce qui exclu de fait toute unicité de la substance et contredit la Proposition XIV de l'éthique.

Hormis l'invalidité de la démonstration 1 pour les raisons données juste avant et aussi dans la Section 2.3.1, la notion d'attribut pose de sérieux problèmes notamment des problèmes de rigueurs. En effet, il est impossible dans le système de Spinoza de décider sur la cardinalité des attributs des substances. En d'autres termes, pour qu'on puisse espérer avoir des informations sur le nombre ou la cardinalité des attributs d'une substance (encore faut-il que les attributs existent réellement), il est nécessaire que ces informations proviennent de quelques part et en l'occurrence ici, de ce qui précède la Proposition XI de l'Éthique I. Or, les seules endroits où Spinoza pense expliquer la provenance du nombre des attributs d'une substance se trouve dans la définition IV qui est utilisée ensuite dans la Proposition IX. Mais, d'une part la définition IV ne dit rien sur le nombre des attributs d'une substance et d'autre part, Spinoza lui-même explique par ailleurs que l'entendement ne perçoit que deux attributs de la substance (l'étendu et la chose pensante). Je ne vois donc pas comment l'entendement pourrait **percevoir qu'il y ait plus d'attributs que ce qu'il peut percevoir**. De cela on déduit clairement, que si la démonstration 1 de Spinoza était juste, rien ne pourrait réfuter l'existence de Dieu Bis, au contraire l'entendement serait plus satisfait avec uniquement deux attributs puisqu'il n'en perçoit pas d'autres.

Rien donc ne peut, dans le système de Spinoza, décider de manière rigoureuse sur la cardinalité des attributs d'une substance (sans évoquer ici le fait qu'il y ait en plus plusieurs type de cardinalité). L'infinité des attributs de la substance (si cela devait avoir un sens) doit à mon sens être considéré comme un axiome dans le système de Spinoza et ne peut ainsi se déduire d'une démonstration. Or Spinoza, comme je l'avais expliqué, admet l'existence de substance(s) de manière axiomatique. Il s'ensuit donc que la Proposition XI de l'Éthique est en fait un axiome dans le système Spinosiste. Quant à l'approche que j'ai proposée dans la première partie, j'ai clairement prouvé de manière

mathématique l'existence et l'unicité de la substance (que j'ai défini uniquement comme étant une chose qui est cause de soi), et cela à partir uniquement de deux axiomes (voir un troisième pour l'unicité).

2.3.3 Deux erreurs dans la deuxième démonstration de Spinoza.

On trouve dans la deuxième démonstration de Spinoza pour la Proposition XI deux types d'erreurs que je vais mettre à jour. La première erreur se trouve dans le passage suivant de sa démonstration :

« Si donc nulle raison ni cause ne peut être donnée qui empêche que Dieu n'existe, ou qui lui enlève l'existence, il faut conclure pleinement qu'il existe nécessairement. »

On sait depuis Kurt Gödel, que dans une théorie donnée, il existe toujours des propositions qui ne sont ni démontrable ni réfutable. L'axiome du choix est un des plus célèbres exemples qui ne peut ni être démontré ni être réfuté à partir de la théorie des ensembles de Zermelo-Fraenkel . Le passage ci-dessus (de Spinoza) est donc un faux argument car ce n'est pas parce qu'on ne peut pas prouver "l'absence de Dieu" dans l'axiomatique de Spinoza qu'il existe nécessairement. Je pense par ailleurs que la Proposition XI telle qu'elle est formulée dans l'Éthique I est indécidable dans le système axiomatique de Spinoza.

La deuxième erreur est de même nature que ce que j'ai développé dans la section 2.3.1. Reprenons le passage suivant de la deuxième démonstration de Spinoza :

« D'autre part, une substance qui serait d'une autre nature ne pourrait avoir rien de commun avec Dieu (selon la proposition 2), et par conséquent ne pourrait ni poser son existence ni l'enlever. »

Là aussi, Spinoza utilise la Proposition II de l'Éthique pour dire qu'une autre substance que la substance Dieu n'aurait rien en commun avec Dieu. Seulement, comme je l'avais expliqué dans la section 2.2, la Proposition II de l'Éthique traite les substances qui sont supposées toutes les deux existantes. Or ici, le Dieu de Spinoza n'est pas supposé existant (c'est ce qu'il souhaite plutôt montrer) il est bien au contraire supposé, par l'absurde, être non existant. D'où l'erreur.

2.3.4 L'erreur dans la troisième démonstration de Spinoza.

L'argument de Spinoza dans sa troisième démonstration commence comme suit :

« Ne pouvoir exister, c'est impuissance, et au contraire pouvoir exister, c'est puissance (comme il est connu de soi). Si donc ce qui existe déjà nécessairement, ce ne sont que des êtres finis, c'est donc que des êtres finis sont plus puissants que l'Être absolument infini : or cela (comme il est connu de soi) est absurde...».

Si on suit cet argument de Spinoza, en définissant des demi-dieux intermédiaires en puissance entre les humains et le Dieu de Spinoza ou bien en considérant le "Dieu Bis"

que j'ai défini dans la Section 2.3.2, on montrera par-là que "Dieu Bis" existe nécessairement puisqu'il est plus puissant que les humains qui existent déjà nécessairement. D'où la faille. Je ne vais pas détailler davantage cette partie, car cette troisième preuve de Spinoza repose sur l'*argument ontologique* qui a déjà été réfuté à juste titre par plusieurs penseurs dont les philosophes Emmanuel Kant et Bertrand Russell.

Bibliographie

- [1] G. Boole, *Les Lois de la pensée*, Paris, Librairie philosophique J. Vrin, coll. " Mathesis ", 1992 (ISBN 978-2-7116-1062-4, présentation en ligne [archive])
- [2] R. Caillois, M. Francès et R. Misrahi, *Oeuvres Complètes* (B. Spinoza), Gallimard, (1984).
- [3] A. R. Damasio *Spinoza avait raison. Joie et tristesse, le cerveau des émotions* Odile Jacob (2003).
- [4] Y. N. Moschovakis, *Notes on Set Theory*, Springer, (1994)
- [5] B. Knaster. *Un théorème sur les fonctions d'ensembles*, Ann. Soc. Polon. Math. 6 (1928), 133-134.
- [6] D. Parrochia, *La raison systématique : Essais de morphologie des systèmes philosophiques*, Librairie philosophique J. Vrin | Mathesis (2000).
- [7] A. Tarski. *A lattice-theoretical fixpoint theorem and its applications*, Pacific Journal of Mathematics 5 (1955), 285-309.
- [8] <https://fr.wikipedia.org/wiki/Théorème-de-Cantor-Bernstein>